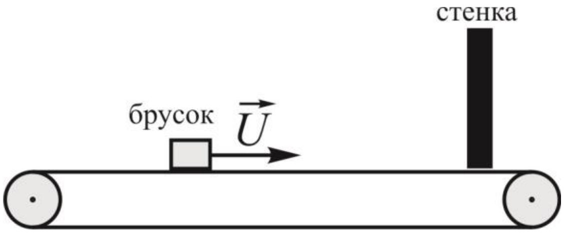
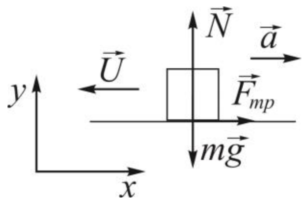
Возможные решения

1. На горизонтальной ленте конвейера, движущегося относительно земли с постоянной скоростью U, лежит брусок. Коэффициент трения между бруском и лентой μ. На пути бруска находится неподвижная относительно земли вертикальная стенка (см. рис.). Достигнув стенки, брусок соударяется с ней абсолютно упруго. После первого удара брусок отскакивает назад, но через некоторое время вновь достигает стенки. Найдите интервал времени между 4 и 5 ударом бруска о стенку. Ускорение свободного падения g известно.



Решение. Пока брусок покоится, относительно конвейерный ленты на него действуют только две силы (реакция опоры и сила тяжести), а ускорение равно 0. После абсолютно упругого удара брусок начнет скользить по конвейерной ленте и на него начнет действовать сила трения скольжения, которая вызовет ускорение, которое можно получить из второго закона Ньютона (на рисунке представлен момент сразу после удара)



$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр}$

$ox: ma = F_{тр}$

$oy: 0 = N - mg$

Расписав силу трения скольжения получим $a = \mu g$.

Ускорение направлено против начальной скорости и при возвращении тела в первоначальную точку его скорость опять станет равной по модулю начальной скорости. И при абсолютно упругом ударе, направление скорости меняется на противоположное, а модуль скорости не меняется. Поэтому получится повторение первого движения, а следовательно время между любыми двумя ближайшими ударами будут равны.

$$x(t) = -Ut + \frac{at^2}{2}.$$

И время от одного удара до другого ближайшего найдем из условия

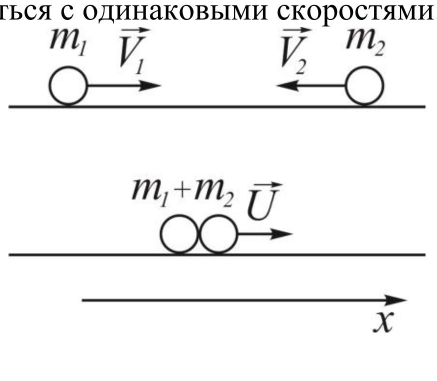
$$-Ut_1 + \frac{at_1^2}{2} = 0.$$

Откуда получим время движения от одного удара до другого удара о стенку

$$t_1 = \frac{2U}{a} = \frac{2U}{\mu g}$$

2. Два шарика массой m_1 и m_2 движутся со скоростями V_1 и V_2 навстречу друг другу. Происходит абсолютно упругий центральный удар. Найти максимальную потенциальную энергию упругой деформации шариков.

Решение. Максимальна потенциальная энергия деформации будет в момент когда шарики имеют максимальную деформацию и двигаться с одинаковыми скоростями. И задача получится как на рисунке



Запишем закон сохранения импульса и энергии

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = \left(m_1 + m_2\right)\vec{U}$$

$$\frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} = \frac{\left(m_1 + m_2\right)U^2}{2} + W_д$$

Возьмем проекции импульсов

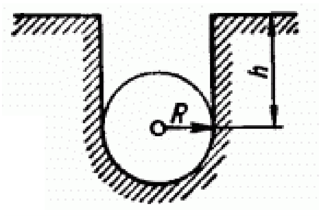
$$m_1V_1 - m_2V_2 = \left(m_1 + m_2\right)U$$

$$U = \frac{m_1V_1 - m_2V_2}{m_1 + m_2}$$

И подставим полученную скорость тел U в закон сохранения энергии, откуда выразим максимальную энергию деформации $W_д$

$$W_д = -\frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} - \frac{\left(m_1 + m_2\right)U^2}{2} = \frac{m_1m_2\left(V_1 + V_2\right)^2}{2\left(m_1 + m_2\right)}.$$

3. Железный шарик радиусом *1 см*, нагретый до *120°C*, положен на ровный лед. Оцените, на какую глубину *h* (см. рис.) погрузится шарик в лед, если удельная теплоемкость железа *0,11 кал/(г·град)*, а плотность *7,8 г/см³*? Температура льда и окружающей среды *0°C*. Удельная теплота плавления льда *80 кал/г*, плотность льда *900 кг/м³*.



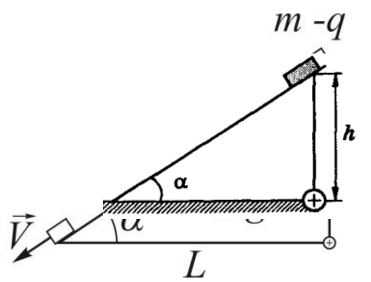
Решение. Запишем уравнение теплового баланса для железного шарика и льда

$$c_ж m_ш\left(t_0 - t_1\right) + \lambda m_л = 0,$$

где: $c_ж = 0,11\,\frac{кал}{г \cdot град}$ - теплоемкость железа, $m_ш = \rho_ж\frac{4}{3}\pi r^3$ - масса железного шарика, $\rho_ж = 7,8\,\frac{г}{см^3}$ - плотность железа, $r = 1\,см$ - радиус шарика, $t_0 = 0°C$ - температура окружающей среды, $t_1 = 120°C$ - начальная температура железного шарика, $\lambda = 80\,\frac{кал}{г}$, $m_л = \rho_л\left(\pi r^2 h + \frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \rho_л\pi r^2\left(h + \frac{2}{3}r\right)$ - масса растаявшего льда, $\rho_л = 900\,\frac{кг}{м^3} = 0,9\,\frac{г}{см^3}$ - плотность льда. Высота погружения шарика получится

$$h = \frac{4c_ж\rho_ж\left(t_1 - t_0\right)}{3\lambda\rho_л}r - \frac{2}{3}r = \frac{2}{3}r\left(\frac{2c_ж\rho_ж\left(t_1 - t_0\right)}{\lambda\rho_л} - 1\right) = 1,24\,см.$$

4. По гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту α с высоты h начинает скользить тело массой m, имеющее заряд $-q$. Положительный заряд $+q$ помещен в вершине прямого угла (см. рис.). Определить скорость тела V в момент его перехода на горизонтальную плоскость. При каком угле наклона плоскости тело в момент перехода на горизонтальную плоскость будет иметь скорость $V = 0$?



Решение. Запишем закон сохранения энергии для движущегося по наклонной плоскости тела массой m

$$\Delta E_м = A_{непот.сил.}$$

Распишем изменение механической энергии

$$\Delta E_м = E_2 - E_1 = \left(\frac{mV^2}{2} - k\frac{q^2}{L}\right) - \left(mgh - k\frac{q^2}{h}\right) = \frac{mV^2}{2} - k\frac{q^2}{h}\left(tg\alpha - 1\right) - mgh,$$ где $L = \frac{h}{tg\alpha}$ получаем из треугольника.

Непотенциальной силой в данной задачи является сила реакции опоры, а ее работа равна 0 при перемещении вдоль поверхности. Скорость тела в момент перехода на горизонтальную поверхность получим

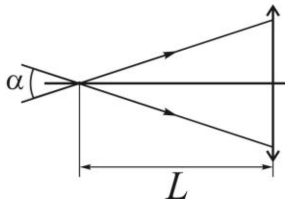
$$V = \sqrt{2\left(k\frac{q^2}{hm}\left(tg\alpha - 1\right) + gh\right)}.$$

Найдем угол при котором скорость *V=0*

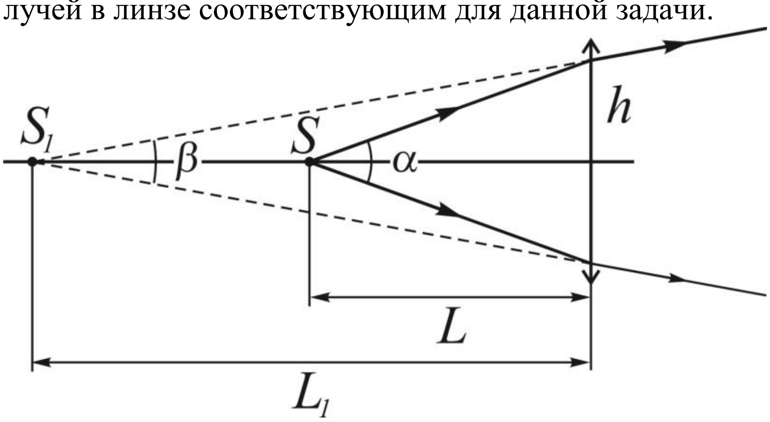
$$\sqrt{2\left(k\frac{q^2}{hm}\left(tg\alpha_1 - 1\right) + gh\right)} = 0$$

$$tg\alpha_1 = 1 - \frac{mgh^2}{kq^2}$$

5. Два луча симметрично пересекают главную оптическую ось собирающей линзы на расстоянии $L=7{,}5$ *см* от линзы под углом $\alpha=6°$ (см. рис.). Определите угол между этими лучами после прохождения ими линзы, если фокусное расстояние линзы $F=10$ *см*.



Решение. Построим ход лучей в линзе соответствующим для данной задачи.



Примем за источник свет точку пересечения падающих на линзу лучей. Обозначим ее на рисунке как *S*. Лучи прошедшие через линзу будут пересекаться в точке S_1, мнимое изображение точки *S*. Запишем формулу тонкой линзы для источника *S* и его мнимого изображения S_1

$$\frac{1}{L} - \frac{1}{L_1} = \frac{1}{F},$$

откуда получим

$$L_1 = \frac{LF}{F - L}.$$

Из прямоугольных треугольников получим

$$\left.\begin{aligned} tg\frac{\alpha}{2} &= \frac{h}{L} \\ tg\frac{\beta}{2} &= \frac{h}{L_1} \end{aligned}\right. \Rightarrow \quad \frac{tg\frac{\alpha}{2}}{tg\frac{\beta}{2}} = \frac{\frac{h}{L}}{\frac{h}{L_1}} = \frac{L_1}{L} \quad \Rightarrow \quad tg\frac{\beta}{2} = \frac{L}{L_1}tg\frac{\alpha}{2} = \frac{F - L}{L}tg\frac{\alpha}{2}.$$

Если учесть что при малых угла тангенс угла равен примерно углу получим

$$\beta \approx \frac{F - L}{L}\alpha = 1{,}5°.$$